

COMUNE DI

**CASATENOVO**

PROVINCIA DI COMO

**C**

**PIANO REGOLATORE GEN.**

**RELAZIONE**

3. Evoluzione storica degli insediamenti:  
patrimonio architettonico e ambientale
  - 3.1. Evoluzione storica degli insediamenti
  - 3.2. Patrimonio architettonico e ambientale
4. Struttura economica del territorio ed uso  
del suolo
  - 4.1. L'evoluzione della struttura economica
  - 4.2. I limiti dello sviluppo
  - 4.3. Il modello matematico

*Adottato con delibera del Consiglio  
Comunale N° 37 in data 23 Maggio 1973*

SECRETARIO COMUNALE

*[Handwritten signature]*



SINDACO

*[Handwritten signature]*

### 3. EVOLUZIONE STORICA DEGLI INSEDIAMENTI; PATRIMONIO ARCHITETTONICO E AMBIENTALE.

#### PREMESSA.

L'assoluta prevalenza fino a pochi decenni fa, del carattere agricolo del territorio di Casatenovo, appare chiaramente sia dall'indagine storica sull'evoluzione degli insediamenti, sia dalla stessa lettura del tessuto così come oggi si presenta; sono cioè leggibili tutt'ora i caratteri e, in sostanza, le epoche di sviluppo degli abitati nonostante i recenti massicci interventi, sia di carattere produttivo che residenziale.

Nel nucleo principale di Casatenovo sono tuttavia reperibili i caratteri originari del nucleo stesso solo in una parte del tessuto viario e in qualche elemento singolo di rilievo come: la casa Lurani, la chiesa di S. Giustina, la chiesa parrocchiale e la relativa canonica, la casa Viganò, il palazzo Casati.

I nuclei sparsi a sud del centro rivelano con maggior chiarezza la loro origine dai grossi cascinali nei quali la vita comunitaria e l'attività agricola trovano il loro centro.

Alcuni di questi sono rimasti tutt'ora intatti nel loro organismo anche se obsoleti e in cattivo stato di manutenzione e possono essere bene identificati nonostante la crescita successiva del nucleo, a Galgiana, Cascina Bracchi, Valaperta, Rogoredo, Campofioreno.

A questi si possono aggiungere le cascine sparse, delle quali si presentano meglio conservate e più interessanti per la struttura o per l'architettura o per ambedue i caratteri: la cascina Rancate, Gioveniso, la cascina Gemella, la cascina Modromeno e la cascina Bernaga.

Gli sviluppi successivi sono sostanzialmente da attribuire agli insediamenti residenziali con tipologia prevalentemente unifamiliare, ad eccezione degli interventi a nord del centro, sulla pendice che sale verso Monticello, dove le iniziative di tipo condominiale sono prevalenti, e del massiccio insediamento produttivo che occupa una grande area del centro stesso.

### 3.1. EVOLUZIONE STORICA DEGLI INSEDIAMENTI

#### a) La protostoria (200 a.C. - 500 d.C.)

Il territorio mostra insediamenti già gallici, secondo i ritrovamenti archeologici, che sono tra i più consistenti della Brianza centrale. Galgiana, Cascina Cacciabuoi, Rogoredo, Casatenovo hanno dato tombe che suggeriscono una popolazione abbastanza colta, dedita alla pastorizia, all'agricoltura ed anche militarmente organizzata.

La presenza romana, dell'epoca imperiale, sebbene scarsa quanto a necropoli, presenta invece due importanti cippi: uno dedicato a Mercurio trovato a S. Margherita e che fa pensare a gente dedita a traffici; uno alla Cascina Porinetti, con tre iscrizioni di famiglia, per cui pare vi fosse un grande latifondo dei Valeriani, legati a burocrazie e organizzazioni categoriali milanesi: si pensa che allora il territorio appartenesse a Milano.

La presenza di latifondi in questa zona è convalidata dalle iscrizioni del vicino Valle Guidino (fraz. di Besana), possesso di Virginio Rufo. Le monete di Montesiro e del Gernetto, i sarcofaghi di Casatenovo (S. Giustina) fanno pensare ad intensa popolazione nel tardo Impero, all'inizio delle invasioni barbariche, nelle quali si possono spiegare più precisamente le origini di Casatenovo.

E' possibile che il territorio fosse attraversato da una strada che risaliva Agliate verso Missaglia e Barzanò; come pure che ci fosse un collegamento risalente da Lomagna per Galgiana.

#### b) L'età feudale (600 - 1200)

Un documento dell'880 cita con ogni probabilità l'abitato di Casate quello vecchio, dove si trova uno "scabino", cioè una specie di giudice locale che andava in giro per le terre di diritto regio. Si tratta di un istituto longobardo, che fa pensare a Casate come un antico "casatico" cioè un paese rustico, alla cui periferia si sarebbero stabiliti dei militi longobardi invasori, cui doveva spettare la decima dei prodotti agricoli, come un diritto pubblico.

E' probabile che essi si stabilissero nella zona di Montereio e del Castello, con la fondazione della loro chiesa patronale di S. Giorgio (santo tipico dei cavalieri) presso un ganglio stradale controllato da vicino dal castello.

L'abitato di Casale Nuovo si trova sicuramente solo nel 1110 (anche se dal 1002 si ha menzione della chiesa di S. Giustina); doveva essere nato nel X o XI secolo, per il potenziamento del castello in concomitanza con le guerre di Lotario nella crisi dell'Impero, dove i Casati, famiglia di probabile origine longobarda, ma, dato il cognome, divenuta comunque 'capitanea' del paese per qualche investitura regia, ebbe il compito di disgregare, sembra, un predominio franco locale.

E' importante notare certi acquisti fatti nel 1062 e nel 1110 dalla chiesa, sia monzese che milanese ed anche la politica di fondazioni monastiche seguita dalla famiglia Casati. Ciò denota da una parte la presenza del fenomeno di sostituzione della chiesa ai diritti pubblici locali, attraverso prima una politica di acquisti; d'altra parte il probabile accordo della chiesa con la famiglia capitaneale, ossequiosa verso la forte chiesa milanese rinnovata dalle rivolte della Pataria, ma anche desiderosa di sottrarsi alla sua ingerenza sottomettendo direttamente i propri monasteri coi beni annessi alla santa sede romana.

Resta da studiare con precisione il fenomeno dei tre monasteri di S. Margherita, di S. Dalmazio e di Poenzano, anche in relazione con le tensioni percorrenti il secolo XII, quando nel territorio si combattono le mire imperialiste del comune di Milano - appoggiate ai diritti della sua chiesa - e le rivendicazioni della borghesia comasca bisognosa della copertura di un entroterra militarmente protetto.

Nulla ci illumina sulla nascita delle comunità organizzate, che presumibilmente verrà ritardata dalla massiccia presenza feudale. Nel 1062 compare anche il luogo abitato di Galgiana e nel 1110 quello di Poenzano, sicchè si può pensare che all'inizio del secondo millennio già esistessero quasi tutti gli abitati dell'attuale territorio storico.

c) Il Comune e il frazionamento comunale (1200 - 1500)

Nel corso del Duecento si viene probabilmente organizzando l'entità comunale, in vari nuclei, di cui abbiamo conoscenza alla fine del secolo XIII: Casate vegio, Casate novo, Galzana, Vallis aperta.

Hanno confini precisi e loro chiese, benchè ancora unite alla pieve di Missaglia.

Un minimo di divisione ecclesiastica si ha probabilmente già nel 1398 per i due Casate e per Galgiana, curate da cappellani; la parrocchia vera e propria si troverà però soltanto alla metà del secolo XVI.

Il condizionamento delle famiglie signorili vecchie e nuove, resesi potenti con le partigianerie tra gruppi di Visconti (le guerre della seconda metà del XIV secolo toccano da vicino anche Casate e Galgiana), pesa sulle comunità. Nascono probabilmente in questo periodo molte cascine, come Ranca-  
te, determinate da dissodamenti e intraprese quasi sempre dai Casati.

Nel 1456 troviamo organizzate le seguenti comunità; Casate novo, Casate veteri, Cassina de Bragiis con Rogorea e Columbarino, Valle aperta, Rimoldo, Galzana. La zona è rurale, si trovano molte cascine e masserie; vi sono fittavoli e pigionati per lo più dei Casati di Castello. L'estimo mostra comunità abbastanza ricche, se si pensa alle rovine della guerra ambrosiana del 1449; come pure gli enti ecclesiastici, più volte però esentati dai re stranieri dopo la caduta degli Sforza.

d) Il feudalismo spagnolo (1500 - 1692)

Nel 1538 il tesoriere dello stato, Brebbia, ottiene in feudo tutta la pieve di Missaglia; al suo seguito grossi signori si installano nelle cascine, dando origine al nucleo dei palazzi di Rimoldo e Galgiana.

Nei difficili primi decenni del Cinquecento si ha anche la presenza dei domenicani di S. Giacomo, legati all'inquisizione; essi ebbero forti lasciti in Galgiana e addirittura ne presero la cura parrocchiale con poca soddisfazione degli abitanti loro mezzadri, molto vessati.

Il frazionamento delle comunità con le presenze signorili aumenta e a metà cinquecento si hanno: Casate nuovo, Casate vecchio, Galgiana, Cascina Bracchi con Valaperta e Rimoldo, Rogorea, Campofiorengo.

Nel 1580 Rogorea e Campofioreno si fondono, mantenendo però due consoli; nel Seicento Rimoldo si stacca da Cassina de Bracchi; circa il 1641 Casatenovo e Rogorea-Campofioreno si unificano; circa nel 1668 Campofioreno si distacca ancora.

Contemporaneamente, col 1605 vengono a formarsi nel territorio tre entità parrocchiali per Casate e Rogoredo, per Galgiana e Cassina Bracchi, per Valaperta e Rimoldo legati questi ultimi a Marezzo.

La famosa peste deve avere sconvolto il paese, dato che a Casatenovo ebbe termine solo nel 1633. Fu dopo la peste che si venne ad unire Casate e Rogoredo, naturalmente con liti per il riparto delle tasse erariali; nel 1652 Rogorea si diceva "priva di abitanti" e in "stato degno della pietà".

Gli abitanti di Casate nel 1571 sono circa 850; dieci anni dopo sono circa 2000 con Rogoredo e 640 in Galgiana e Cascina Bracchi.

Dopo la peste nel 1660 la prima comunità è ridotta a circa 700 abitanti, ma nel 1686 è salita a 1088 (con Casate vecchio).

Dopo la peste, oltre le difficoltà erariali, si ebbe anche un disinteresse verso la pubblica amministrazione; probabilmente in svantaggio dei signori, che usavano anticipare le somme per il Comune. Infatti nel 1645 si ristrutturò l'apparato così: un console, un sindaco per i conti, un cancelliere per l'elenco delle tasse, sei controllori e 7 rappresentanti dei possidenti tutti nobili.

Alla fine del sec. XVI si trovano sostanzialmente tutti i nuclei abitati della campagna (Rancate, Modromeno, Verdura, Giovenigo, Gemella, Crotta, Cantino, Levada, Grassi; Monteregio ecc.).

e) Il feudalismo austriaco (1692 - 1812)

Nel 1692 Casate vecchio ottiene la redenzione del feudo, mentre Casate nuovo venne assegnato a un facinoroso e già bandito ma ricco Casati; pochi anni dopo egli si ebbe anche l'altro Casate.

Alcune cascine invece vollero passare sotto i Borromei e Lurani: Monteregio, Grassi, Torriggia, Carossa, Quattrovalli, S. Giorgio.

Casatevecchio aveva allora 15 capifamiglia, Casatenovo 102.

Secondo le relazioni date il comune unificato dai due Casate e Rogorea non comprendeva più Campofioreno allora a sè; aveva 27 cascine e 6 chiese; non c'era tas-

sa sul macinato, nè redditi; la ragione di vendere pane e le due osterie erano dei Casati; dei 36 proprietari terrieri di Casatenovo e Rogorea 13 sono borghesi, 15 nobili e 8 enti ecclesiastici che hanno vastissimi appzzamenti, per circa un sesto del territorio.

Nel 1721 i comuni sono: Cassina de Galgiana, Cassina de Bracchi, Casate vecchio, Casate novo con Campo-fiorenzo e Rogoredo. Intorno al 1754 le prime due comunità vennero unificate.

Nel settecento ci fu un certo aumento di cascine, vedi la Rossa, la Nuova ecc; inoltre modifiche all'abitato di Rogoredo con esperimenti agricoli degli Agudio për una più perfetta irrigazione, intensificazione di colture secondarie, aumento della mezzadria.

Si notano quattro torchi da vino nel 1721 a Cassina Bracchi; nel 1755 in Galgiana otto case, in Bracchi diciotto case; Casatenovo ha trentasette case (di cui sedici in affitto, undici masserie e solo cinque di propria abitazione) con un'osteria e prestino, quindici botteghe dei Lurani, Casati e Borromei, che sono proprietari quasi universali; nel territorio per lo più masserie e un torchio da olio a Torriggia (risultano tre case d'affitto, sette di proprio uso, una di abitazione, quarantaquattro case masserie).

#### f) L'ottocento

Si deve ricordare anzitutto il lavoro nel vecchio nucleo, a spese soprattutto del popolo e poi dei Lurani, Casati e Greppi; rifacimento delle chiese di Casate e Galgiana e di varie case nobili. Non poche masserie vennero a Casatenovo abbattute tra il 1820 e 30, presso S. Giustina e di fronte al castello per aprire una strada più dritta verso la chiesa fatta nel 1833-34. Nel 1828 si apriva il nuovo cimitero presso la cascina Borromeo sulla strada della Misericordia.

Il colera fu pesante nel 1836 e più nel 1855 specie per Valaperta e Galgiana.

Tra il 1843 e il 1846 venne allargata la strada detta di Velate da Casate a Galgiana e Rogoredo.

Le cinque giornate vennero festeggiate a Galgiana, poi i Greppi sostennero Garibaldi e in compendio domineranno nelle amministrazioni.

Nel 1874 il comune di Cascina de Bracchi chiese la fusione anche perchè contava solo 900 abitanti quasi tutti contadini e per lo più illetterati.

Molte le intraprese agricole nei nuclei della campagna sul finire del secolo: frumento, granoturco, gelsi e viti erano le colture più intense.

Quanto alle scuole i Cantù danno queste notizie: a Campofioreno i Mellerio tenevano una scuola pubblica già nel 1837; nel 1859 a Galgiana funzionava una scuola anche femminile ma poco frequentata; due elementari maschile e femminile c'erano anche a Casate, oltre alcune opere pie per poveri, maritande e puerpere.

Nel 1859 Casate aveva 2800 abitanti, Cassina de Bracchi e Galgiana 750 (Galgiana 300); nel 1884 Casatenovo aveva 3870 abitanti.



### 3.2. PATRIMONIO ARCHITETTONICO E AMBIENTALE

#### 3.2.1. Zone di interesse archeologico.

Il territorio di Casatenovo forma uno dei punti più sensibili per l'archeologia gallica e galloromana, che deve ancora chiarire molti elementi circa i rapporti intervenuti fra i Celti e i Romani.

Tombe galliche si rinvennero a Casatenovo e a Rogoredo in date diverse (1839, 1861, 1870 e altre) non tutte precisate come non precisate sono le località; sicuramente nel 1873 si trovò nel giardino parrocchiale una tomba a cremazione; cose di epoca romana uscirono a S. Margherita, a S. Giustina e al Castello.

Poichè Casate e Rogoredo sono zone molto compromesse, vale invece la pena di segnalare altri tre punti sensibili e fortunatamente meno edificati:

- a) Cascina Porinetti - nel 1770 i Carminati Brambilla vi trovarono un cippo in marmo bianco alto circa 55 cm. ed ora conservato al museo archeologico del Castello di Milano. E' importante per le tre lunghe iscrizioni del secolo III d.C., che non solo menzionano organizzazioni lavorative milanesi, ma fanno ritenere la Brianza centrale appartenente al municipio di Milano.  
Il cippo fa pensare che alla cascina abitasse una famiglia importante, i cui segni potrebbero trovarsi sotto le vecchie case, o nei fondi ancora liberi ad est della cascina e lungo le strade di avvicinamento, che nel settecento erano tutti di proprietà Brambilla.
- b) Cascina Cacciabuoi - nel 1861, sulla via del bosco che si trova ad oriente della cascina (il cui nome nel settecento è Cazzabuglio), uscirono una o più tombe a cremazione coi tipici vasi a trottola, bicchieri, vasetti e padellini bronzei, coltelli di ferro molti dei quali si trovano al museo di Lecco.
- c) Galgiana: nel 1834 si trovarono tombe galliche a cremazione in un punto che corrisponde all'attuale sagrato della chiesa: c'erano vasi a trottola andati dispersi. E' probabile che altre tombe siano presenti nei fondi a occidente della chiesa.

### 3.2.2. Edifici di interesse storico e architettonico

- 1 - Chiesa di S. Margherita: pare sia stata fondata dalla famiglia Casati che ne aveva il patronato; nel 1192 apparteneva a un monastero, che venne soppresso e unito come beneficio a S. Giustina nel 1451, dopo quarant'anni di abbandono per guerre.

Nel 1462 si ebbe un completo restauro, seguito poi dalla decorazione ad affresco dell'abside, avvenuta forse in due tempi, e attribuita a Leonardo da Besozzo.

Della chiesa precedente rimangono pochi avanzi, tra cui un capitello romanico portato a S. Giustina.

Alla fine del cinquecento venne tolto anche un portico già in rovina davanti alla facciata.

Venne aperto successivamente l'occhio in facciata.

- 2 - Parrocchiale di S. Giorgio: la prima notizia risale al 1398, quando già vi esisteva un cappellano; nel 1564 è la parrocchiale di Casate. Un restauro si ebbe nel 1566-67, una ricostruzione poco dopo il 1635 di cui rimangono alcune vestigia nella penitenzieria e nel ripostiglio degli stendardi.

Nel 1808 ebbe inizio la nuova costruzione su disegno di Carlo Amati e con il contributo anche dei paesi vicini. La chiesa venne benedetta nel 1815, ma l'atrio, retto da otto colonne in pietra di Viggiù, venne finito solo nel 1822, perchè l'Amati dovette ridisegnarlo più vasto del previsto; Giacomo Moraglia vi aggiunse le due cappelle laterali.

La grande volta a cassettoni e rosoni venne decorata da tempere di Giuseppe Lavelli; gli ornati sono del Gambiasio.

Appartiene a quegli anni anche l'ottimo organo dei Serassi e lo stendardo di S. Giorgio acquistato circa nel 1858.

L'altare maggiore in marmi, disegnato dal Moretti, fu terminato dallo scultore Lombardi nel 1895.

Più recenti poi le decorazioni di Lamperti e Bianchini e gli affreschi parietali del Morgari.

Tra i quadri vi è un S. Giovanni Battista del Solari e una Madonna del Fiammenghino.

Dietro la chiesa c'è il complesso della canonica, in parte settecentesco e in parte ottocentesco.

Sul piazzale si leva infine la grande colonna di granito posta nel 1859 a ricordo dei defunti di Casate che fino al 1828 erano sepolti in una cappelletta a finaco della chiesa.

- 3 - Chiesa di S. Giustina: ve n'è ricordo in un documento del 1062 e probabilmente essa venne eretta dai Casati presso il loro castello, ora Lurani. Nel 1398 aveva il suo cappellano e nel 1451 venne unita come beneficio a S. Margherita.

Vi erano anticamente dei sepolcri sia fuori che dentro l'edificio ed erano dei cavalieri Casati, il cui stemma si riscontra in una pietra inserita sopra una finestra del campanile, che pare del trecento.

Si pensa che la chiesa venisse ricostruita nella seconda metà del XV secolo; d'altra parte alla prima metà del cinquecento sembrano attribuibili gli affreschi della cappella di sinistra ed anche il campanile in mattoni e pietre di recupero, coronato da caratteristica cuspide conica.

Si ricordano restauri nel 1616 e nel 1643; altri ancora ai primi dell'ottocento o alla metà del secolo, cui appartiene anche il portale.

- 4 - Castello Lurani Cernuschi: sicura esistenza del Castello dei Casati si ha nel 1456; una fortificazione poteva esserci da tempo, se si pensa ai resti dei sepolcri, forse anche altomedioevali, trovati nell'ottocento.

Nei primi decenni del XVII sec. il castello passò ai conti Lurani, divenuti Lurani Cernuschi dopo il 1764.

L'edificio attuale è in sostanza lo stesso presente nella delineazione delle mappe del 1721, benchè siano visibili rimaneggiamenti del pieno settecento alla fronte; del 1823 alla casa maserizia e alla scuderia laterale; del primo novecento nella torretta neogotica d'angolo.

E' circondata da un vasto giardino.

- 5 - Chiesa di S. Rocco: piccolo oratorio eretto, probabilmente come voto per la peste, intorno al 1380, sulla piazza del paese e sulla cinta del castello dei Casati. La cappelletta venne ampliata dai Lurani al tempo della peste del 1630, come si legge sul bel portale di granito. Venne restaurato nel 1831, ponendovi arredi barocchi provenienti da altri edifici locali.

- 6 - Casa Viganò già Casati: il nucleo della casa appartiene ad una masseria dei Casati, con grande brolo cintato, di cui rimane su un lato la bella porta d'accesso del tardo seicento.  
Alla metà del XVIII secolo venne trasformata in abitazione della famiglia Correnti. Radicale trasformazione subì alla metà dell'ottocento, con demolizione di una porzione rustica e sistemazione neoclassica della semplice facciata.
- 7 - Palazzo Casati: in fondo al paese sorgeva il palazzetto del marchese feudatario Casati, con vasto giardino all'italiana; passato ad altro ramo della famiglia, venne riedificato intorno al 1796 e passò subito ai nobili Bressi, quindi ai Tealdi e ai Facchi.  
Subì nella prima metà dell'ottocento radicali sistemazioni neoclassiche dovute all'ing. Ponti e l'aggiunta di portici e rustici.  
Affreschi di Giuseppe Ronchi.  
Magnifico giardino.
- 8 - Villa Greppi: la masseria ad U che vi aveva il marchese Casati al principio del XVIII secolo è il nucleo del palazzo che divenne nel 1775 la residenza del nuovo ramo marchionale della famiglia. Ai primi anni dell'ottocento al marchese Francesco è attribuibile la nuova edificazione del corpo padronale e dell'ingresso dorico a tre archi ispirato al palazzo di Vienna.  
Nel 1853 la famiglia Greppi lo acquistava dall'eredità Casati passata all'Ospedale Maggiore di Milano.  
Nel palazzo si trova la chiesetta dei SS. Carlo e Francesco, benedetta nel 1828; vi sono pitture dell'Alberti, il monumento funebre del marchese Francesco fatto dallo scultore Giovan Antonio Labus nel 1837, una Madonna e Santi del Diotti e un quadro proveniente dal distrutto S. Giacomo.  
Vastissimo parco, con alberi antichissimi e prati.
- 9 - Monteregio: a Monteregio di sopra avevano due case coloniche i Serviti di Hoé e i Fatebenefratelli.  
Nel 1824 un Carnaghi vi fabbrica una casa civile, trasformata quindi in filanda ed infine nella villa Stucchi, cui venne incorporata una chiesetta contenente una Madonna dello Zampieri e un'Annunciazione di scuola belliniana.  
Nel 1937 la villa venne adattata ad ospedale, entrato in funzione nel 1939.

- 10 - Villa Mappelli Mozzi a Poenzano: l'antico convento di Poenzano, già presente nel 1192; è divenuto villa dei Mappelli nei primi decenni del secolo, cancellando traccia del vecchio oratorio di S. Antonio da Padova e S. Eurosia. Rimane, ma di scarso rilievo e poco riconoscibile, l'irregolare cortile del monastero, la parte rustica della villa. Notevole invece il vasto parco ricco di alberi secolari.
- 11 - Villa Vismara già Lattuada: corrisponde approssimativamente al convento domenicano di S. Giacomo soppresso nel 1785 e passato ai Casati. Intorno al 1870 un Garavaglia fece erigere sulle rovine una villa, passata poi a Francesco Lattuada, che la ricostruì su disegno dell'arch. Tagliaferri (forse lo stesso che lavorò notevolmente nella nuova Milano di via Dante intorno al 1890); la villa venne completata nel 1885 col contributo anche dell'arch. Mainoni.  
E' una grandiosa costruzione marmorea e turrita di gusto eclettico, soggiorno gradito anche a re Umberto I. E' circondata da una grande parco e da un giardino di piante rare.
- 12 - Cascina Rancate: pare che il luogo fosse dei Casati nel XII secolo. Nel settecento apparteneva al conte Simonetta, che vi costruì l'oratorio di S. Antonio con la bella pala ancora esistente e il giardino all'italiana, ora trasformato in ampio orto cintato.  
Alla metà del settecento passò alla famiglia Bellani.  
Nell'ottocento subì vari rimaneggiamenti e l'abbattimento di alcuni edifici rustici, estranei però al nucleo primitivo del quale sussiste ancora una torretta.
- 13 - Chiesa di S. Eurosia a Campofioreno: l'attuale edificio è l'ingradimento di una cappella esistente alla fine del cinquecento e sistemata nel settecento dal marchese Cusani. Nella prima metà dell'ottocento, il conte Mellerio fece ricostruire la chiesa su disegno di Gian Luca Somaglia, che aveva per lo stesso lavorato alla villa Geretto.  
La chiesa ha subito il rifacimento della volta ai primi del novecento e allargamenti recenti.

- 14 - Cascina Campofioreno: era nel cinquecento il centro di omonimo comune, fusosi nel 1580 con Rogoredo. La cascina passò ai Cusani, ai Toscani, ai Mellerio, trasformandosi nell'ottocento in un vasto quadrilatero, per l'abbattimento di un'ala interna al grande cortile e per la trasformazione del lato orientale che lo chiude.  
Oltre la presenza di interessanti elementi, come il timpano con archeggiature, nel punto che organizzava la vita locale, importanti sono i rapporti tra spazi, tra corte e costruzioni.
- 15 - Chiesa di S. Gaetano a Rogoredo: venne eretta nel 1895-1896 a sostituzione di una vecchia cappella settecentesca dell'Annunciazione; divenne parrocchiale nel 1945. Il campanile fu restaurato nel 1949.
- 16 - Casa Simonetta a Rogoredo: si tratta dell'adattamento di una secentesca casa masserizia dei conti Simonetta, con gradevole facciata a due ordini di un nascente neoclassico. Un portico rustico prosegue lungo la strada, coi tipici caratteri del vecchio ambiente.
- 17 - Chiesa di S. Eufemia a Valaperta: alla fine del XIII secolo a Valaperta esisteva una chiesa di S. Sofia; probabilmente la stessa che si trova dedicata a S. Eufemia alla fine del cinquecento ed aveva ancora forma antica un secolo dopo, ebbe restauri sostanziali nel seicento ed oggi appare in veste ottocentesca per la più parte.
- 18 - Chiesa di S. Carlo a Rimoldo: eretta verso la metà del seicento dai Parravicini, secondo le tarde forme dell'architettura della Controriforma. Restauri e cappelle del primo ottocento, decorazioni e campaniletto recenti.
- 19 - Palazzo Parravicini a Rimoldo: era al principio del seicento una cascina dei Parravicini, trasformata in seguito in palazzo con corte aperta verso strada, pitture, grande giardino all'italiana, ora ridotto a prato e ortaglia. Il corpo più antico e conservato sta presso la chiesa; il complesso che si sviluppa verso mezzogiorno ha subito aggiunte e rifacimenti, sia per essere stato a lungo abbandonato, sia per essere stato ospedale dei colerosi alla metà dell'ottocento.

La fronte del palazzo presenta nella parte centrale un portico di cinque arcate ad elementi decorativi del primo settecento. Rimane uno dei pilastri dell'accesso con una statua dell'Abbondanza.

- 20 - Chiesa di S. Anna a Cassina de Bracchi: sostituisce una cappella dedicata a S. Anna che esisteva nelle case Crippa, ancora visibili sulla via per Bernaga. Ora è un semplice edificio di gusto tardo ottocentesco.
- 21 - Cassina de Bracchi: il complesso risale sicuramente in parte al quattrocento (e vi si trovano monete sforzesche), e il suo nucleo potrebbe ravvisarsi nel corpo di fabbricato che risale a modo di tozza torre. L'ala principale ha un porticato settecentesco, come allo stesso periodo risalgono le parti rustiche che inglobano elementi architettonici di un certo rilievo. Apparteneva ai Casati.
- 22 - Chiesa di S. Biagio a Galgiana: esisteva già sul finire del XIII secolo ed era una piccola cappella isolata a sud delle casine, restaurata completamente nel 1706. Dopo vari progetti di rifacimento, nel 1834-1835 fu ricostruita nel gusto neoclassico con ordine corinzio da Giacomo Moraglia; subì poi un ampliamento del presbiterio alla fine del secolo. Contiene un antico crocifisso, una statua della Madonna di gusto barocchetto e nel battistero una vetrata del Bertini.
- 23 - Palazzo d'Adda a Galgiana: il nucleo della abitazione signorile è attribuito al marchese Giovanbattista d'Adda e quindi alla fine del XVI secolo. Nel 1704 si ha una prima sistemazione dell'ingresso e negli anni successivi venne a formarsi il grande giardino pensile a sud ovest della casa, che venne nel 1730 trasformato con le gradinate, le balaustre scolpite e le statue. Nel 1771 la casa passa ai conti Nava; a questo periodo appartiene il cancello d'accesso e la sistemazione della parte rustica, ossia l'ala settentrionale. Nel 1824 l'edificio passa ai Pizzagalli, nel 1856 ai Rovida e poi ai Preti per successione.

- 24 - Cascina Gioveniso: il nucleo si è sviluppato con case masserizie ottocentesche, intorno al severo edificio di rosso mattone già appartenute ai Toscani e originatosi nel cinquecento. Sono ancora visibili infatti frammenti affrescati e strutture lignee di un certo interesse.
- 25 - Cascina Porinetti: si presenta con una piazzola nel cui centro sta un pozzo eclettico e sul lato orientale una recente chiesetta che ha sostituito l'antico oratorio della natività di Maria, i cui resti sono visibili nel palazzetto dei Brambilla Carminati. E' questo infatti l'edificio più importante con a lato una casa porticata già dei Domenicani fino al cinquecento. Masserie ottocentesche hanno contornato questi più vecchi edifici, lasciando però intatto il giardinetto vecchio dei Brambilla.



### 3.2.3. Patrimonio ambientale

Come si è già esaminato nel capitolo dedicato all'indagine morfologica ( 1.2. ) la struttura del territorio ha determinato in gran parte la presenza e la conservazione di alcuni aspetti ambientali assai importanti e oggi di grande interesse ai fini di una salvaguardia dell'equilibrio ecologico dell'ambiente. Le vallate che tagliano longitudinalmente il territorio, hanno garantito la presenza di vaste fasce boschive di cui il piano prevede la totale salvaguardia.

Le aree agricole, per il cui utilizzo l'Amministrazione ha predisposto uno studio molto accurato, finiscono esse stesse per costituirsi oltre che come materia prima per l'attività agricola, quali aree di equilibrio ambientale.

La presenza di giardini privati e di parchi di dimensioni notevoli (oltre 39 ettari) salvaguardati dalla normativa di P.R.G., costituisce un ulteriore elemento di qualificazione sia del territorio nel suo insieme sia della qualità della residenza che direttamente o marginalmente ne viene influenzata.

## 3.2.4. Fonti e bibliografia

- Storia di Milano, fond. Treccani, vol. I (archeologia gallica e romana); vol. VI (affreschi di S. Margherita);
- A. Cappellini "Memorie Storiche di Casatenovo", 1954;
- G. Baserga "Memorie galliche e galloromane" in "Rivista archeologica Comense", 1916;
- Corpus Inscriptionum Latinarum, vol. V, Parte II, p.611;
- M. Bertolone "Lombardia romana", vol. II, 1939;
- G. Giulini "Memorie della città e campagna di Milano" Vol. VII, 1794;
- Liber Notitiae Sanctorum Mediolani, 1917;
- Notitia Cleri Mediolanensis de anno 1398 circa ipsius immunitatem, in Archivio Storico Lombardo, 1900;
- F. Calvi "Famiglie notabili milanesi" Milano 1885, vol. IV (Casati)
- Liber Seminarii Medionalis, in Archivio Storico Lombardo, 1916;
- R. Beretta "Compartizione dell'estimo del Monte di Brianza fatta l'anno 1456" Carate 1952;
- R. Beretta "Gli antichi monasteri di Casatenovo" in "Memorie storiche della diocesi di Milano" vol. VI, 1959;
- A. Morati "Monumenti neoclassici a Monza e nella Brianza" Monza 1965;
- S. Matalon "La chiesa di S. Margherita in Casatenovo e i suoi affreschi" 1967;
- F. Mazzini "Affreschi Lombardi del quattrocento" Milano 1965;
- I. Cantù "Guida pei monti della Brianza", 1837;
- I. Cantù "Le vicende della Brianza" 1836;
- C. Cantù "Como e la sua provincia" 1859;
- A. Villani "Paesaggi della verde Brianza" in: "All'Ombra del Resegone", Lecco, ott. 1930
- U. Bicchi "Un ciclo di affreschi attribuibili a Leonardo da Besozzo in una chiesa di Casatenovo" in "Arte Lombarda" 1955, vol. 1;

- R. Bossaglia "L'arte dal manierismo al romanticismo" vol. V della Storia di Monza e della Brianza, Milano 1971 (per il periodo neoclassico);
- Libro delle Memorie della Parrocchia di Galgiana: in Arch. Parr. di Galgiana;
- E. Cazzani Regesto delle carte dell'archivio parrocchiale di Galgiana;
- C. Marcora "Fonti per la storia della Pieve di Missaglia", 1966;
- Archivio della Curia Arcivescovile di Milano, Visite pastorali, Miscellanea vol. 11; Missaglia, voll. 3, 4, 7, 37 a;
- Archivio di Stato di Como, Catasto teresiano, Mappe 271 e 273 (1721 ss.); Tavole Merate 13-14 (1755 ss); Catasto antico, Merate 17 (mappa 1784).

#### 4. STRUTTURA ECONOMICA DEL TERRITORIO ED USO DEL SUOLO

##### 4.1. L'evoluzione della struttura economica.

La struttura economica di un territorio può essere trattata in modo settoriale solo compiendo una arbitraria estrazione intellettuale.

E' chiaro infatti che struttura economica, struttura sociale, struttura politica sono grandezze di importanza equivalente e tra loro fortemente correlate.

Tenendo dunque presente quanto già esposto nel capitolo 2 e in particolare nel paragrafo 2.2, possiamo ora completare l'esame strutturale della popolazione di Casatenovo.

Esaminando i dati riportati nelle tabelle 4.1.A e 4.1.B si possono rilevare alcuni dati emergenti.

- 1) L'attività agricola ha subito, dal 1951 al 1971, un vero e proprio crollo passando da 680 addetti a solo 95.

Questo fatto, anche se tendenzialmente conforme ai dati regionali e nazionali, deve essere valutato in modo molto attento e profondamente critico.

Non si può dire infatti che la diminuzione degli addetti agricoltori sia stata dovuta ad un processo di razionalizzazione come è accaduto ad esempio in altri paesi del MEC.

Nel caso di Casatenovo, la crescente presenza di attività industriali e anche terziarie ha evidentemente offerto una occasione di migliore impiego agli addetti agricoltori, spopolando la campagna con un meccanismo che, anzichè essere razionalizzante, può venire considerato esclusivamente "di fuga".

Questo fenomeno risulta essere molto più accentuato a Casatenovo di quanto non sia possibile riscontrare in tutto il territorio nazionale e, in misura minore, anche regionale.

I dati del censimento del 1971 ci dicono infatti che la percentuale degli addetti all'agricoltura sul totale della popolazione attiva è del 17.3% nel territorio nazionale, mentre è del 5.5% in Lombardia e del 2.8% a Casatenovo.

TABELLA 4.1.A

| ATTIVITA'                           | Unità locali |      |      | Addetti |      |      |
|-------------------------------------|--------------|------|------|---------|------|------|
|                                     | 1951         | 1961 | 1971 | 1951    | 1961 | 1971 |
| Attività connesse con l'agricoltura | -            | 2    | -    | -       | 4    | -    |
| Industrie estrattive                | -            | -    | -    | -       | -    | -    |
| Industrie manifatturiere            | 75           | 73   | 69   | 2023    | 2890 | 2954 |
| Costruzioni e impianti              | 9            | 9    | 18   | 92      | 91   | 86   |
| Energia elettrica, gas, acqua       | 1            | 1    | 1    | 4       | 3    | 2    |
| Commercio                           | 79           | 125  | 142  | 147     | 215  | 255  |
| Credito e Assicurazioni             | 2            | 3    | 4    | 7       | 12   | 11   |
| Trasporti e comunicazioni           | 9            | 21   | 16   | 75      | 155  | 78   |
| Servizi e Attività sociali varie    | 8            | 15   | 28   | 13      | 22   | 43   |
| TOTALI                              | 183          | 249  | 268  | 2361    | 3392 | 3414 |

TABELLA 4.1.B

| ATTIVITA'      | ADDETTI |       |       |
|----------------|---------|-------|-------|
|                | 1951    | 1961  | 1971  |
| Agricoltura    | 680     | 335   | 95    |
| Industria      | 2.119   | 2.984 | 3.042 |
| Commercio      | 147     | 215   | 258   |
| Altre attività | 95      | 189   | 212   |
| TOTALE         | 3.041   | 3.723 | 3.604 |

D'altra parte un problema di razionalizzazione delle attività agricole non può oggettivamente essere limitato al solo Comune di Casatenovo. Occorrerà, negli anni futuri, trovare una giusta dimensione comprensoriale entro la quale collocare le iniziative pubbliche e private nel settore agricolo con il necessario supporto tecnico e politico della Amministrazione Regionale.

Alcune importanti considerazioni in proposito sono già state formulate in un apposito studio dal Comune di Casatenovo.

Le proposte in esso contenute, per quanto interlocutorie, ci sembrano valide sia in termini di dimensionamento, sia per quanto riguarda il metodo di lavoro.

- 2) L'attività industriale ha avuto una notevole espansione dal 1951 al 1971.

Si deve anche dire che Casatenovo risultava però già industrializzata in modo consistente nel 1951 soprattutto per la presenza di una grossa industria alimentare.

Gli addetti all'industria, che erano complessivamente 2119 nel 1951, sono aumentati in modo vistoso (da 2119 a 2984) sino al 1961.

Molto lieve invece è stato l'aumento nel decennio 1961-1971 (da 2984 a 3042 addetti).

Questo diverso comportamento può avere molte cause, ma ci sembra di poter affermare che la principale di esse deve essere ricercata nel carattere "mono produttivo" dell'industria di Casatenovo, accentuato anche dal fatto che, al crescere degli addetti, il numero delle unità locali non solo non è cresciuto ma è anzi leggermente diminuito.

Se questa è stata in sostanza la struttura economica industriale degli anni 1951-1971 non è certamente auspicabile che essa rimanga inalterata.

La presenza di una sola grossa industria risulta essere un forte elemento condizionante per l'evoluzione di Casatenovo, essendo evidente che lo sviluppo di tale industria e quello del Comune non sono soltanto correlati, ma spesso si identificano.

E' quindi necessaria una scelta politica che fissi, almeno a grandi linee, il tipo di evoluzione industriale desiderato dalla comunità di Casatenovo. Si tratta, in altri termini, di definire un nuovo modello di sviluppo economico per il Comune e anche, inevitabilmente, per il territorio circostante.

Nella definizione di questo nuovo modello di sviluppo occorre tenere presente anzitutto il ruolo comprensoriale che il Comune ha già svolto in questi anni.

Casatenovo infatti si presenta oggi come un polo di attrazione industriale, mentre non risulta ancora ben strutturato dal punto di vista terziario. E' senz'altro auspicabile, a nostro avviso, che lo sviluppo industriale dei prossimi anni, pur mantenendosi a livelli elevati, non sia di tipo "monoprodottivo" ma incoraggi invece l'insediamento di piccole e medie imprese che, per la loro struttura e dimensione, risulteranno più fortemente legate alla struttura sociale della comunità di Casatenovo.

In questo modo inoltre gli insediamenti avverranno in tempi differenziati evitando così una massiccia ed istantanea creazione di nuovi posti di lavoro che finirebbe per avere effetti molto negativi sull'attuale equilibrio demografico e sociale del Comune.

Ci sembra insomma che Casatenovo potrà accettare un incremento nel suo assetto industriale ma dovrà al tempo stesso garantirsi che ciò avvenga in modo equilibrato e senza scosse violente.

3) L'attività nei settori terziari è complessivamente cresciuta negli ultimi vent'anni.

Tuttavia, per la funzione comprensoriale che Casatenovo dovrà svolgere, il tasso attuale di crescita del terziario risulterebbe fortemente inadeguato. D'altra parte, con il passare degli anni, il territorio circostante Casatenovo verrà cementandosi in una nuova unità urbana abbastanza vasta e omogenea avente importanti rapporti con l'area metropolitana milanese e con l'area comprensoriale lecchese.

Ciò comporterà una nuova e qualificata richiesta di servizi pubblici e privati, che dovrà essere soddisfatta all'interno delle aree urbane più significative.

In questo senso lo sviluppo economico di Casatenovo, che è stato finora prevalentemente industriale, diverrà gradualmente industriale e terziario, con un progressivo aumento di importanza di quest'ultimo.

- 4) Tenendo conto dei dati relativi agli addetti e alla popolazione attiva già riportati nel paragrafo 2.2.7. si può notare come il Comune di Casatenovo non sia solo un polo di attrazione per residenza ma anche un polo di attrazione pendolare.

Ciò è soprattutto vero per quanto riguarda l'industria per la quale si ha un saldo pendolare attivo di 570 unità, mentre si registra per ora un saldo pendolare negativo per il settore terziario.

Questo fatto contribuisce a chiarire in modo più motivato quanto detto finora relativamente alla scelta del modello di sviluppo economico.

E' infatti sconsigliabile gonfiare oltre certi limiti il saldo di pendolarità poichè ciò comporterebbe alcuni fenomeni indotti di grande importanza: anzitutto un progressivo aumento del traffico pendolare con ulteriori effetti di congestione del territorio; in secondo luogo ciò comporterebbe, a breve e medio termine, una accelerata dinamica immigratoria che, stante l'attuale situazione della finanza pubblica locale, potrebbe porre in crisi tutti i piani di sviluppo dei servizi predisposti dall'Amministrazione comunale; in terzo luogo l'addensarsi di attività e di popolazione entro i confini di Casatenovo potrebbe deprimere lo sviluppo di alcuni Comuni della zona, creando così larghi spazi per quegli insediamenti di popolazione attiva nell'area metropolitana milanese che finirebbero per essere, fatalmente, insediamenti-dormitorio.

Si tratta dunque di considerare il problema dello sviluppo economico in modo non settoriale, avendo piena coscienza che, anche se alcune delle indicazioni qui formulate potranno trovare una loro collocazione in sede di piano urbanistico, è però del tutto evidente che la sostanza del discorso riguardante il modello di sviluppo è immanente alle scelte politiche che l'Amministrazione compirà in sede di gestione del Piano Regolatore Generale e dei criteri operativi che verranno adottati nell'uso dello strumento urbanistico.



#### 4.2. I limiti dello sviluppo

Lo sviluppo di un territorio è condizionato dalla quantità e qualità delle risorse naturali ivi esistenti.

L'esistenza di un limite dello sviluppo è dunque intuitiva, qualunque sia il modello prescelto.

Meno intuitiva e assai complessa è invece la determinazione concreta e quantificata di tale limite.

Un dato è certo a priori: le risorse naturali del territorio sono una quantità finita ed esigono quindi una notevole attenzione nel loro uso.

Tali risorse naturali hanno in generale una importanza variabile in funzione della collocazione geografica e della dimensione del territorio considerato ed anche, ovviamente, del livello tecnologico della comunità ivi residente.

Supponendo dunque sufficienti, nel caso di Casatenovo, una serie di risorse naturali primarie e secondarie quali acqua, energia, possibilità di comunicazione, noi esamineremo in dettaglio i problemi posti dell'utilizzo del suolo, considerato come una risorsa fissa e fondamentale del territorio in esame.

Sia dato dunque un territorio di area  $A$ .

Esso può naturalmente presentare aspetti morfologici e geofisici tali da impedirne un completo utilizzo a fini direttamente produttivi o residenziali.

Sia allora  $A_n$  l'area non disponibile per ragioni morfologiche e geofisiche.

Definiamo quindi l'area disponibile  $A_d$  nel modo seguente:

$$A_d = A - A_n$$

Supponiamo ora di voler utilizzare il territorio per insediarvi un certo numero di funzioni quali, ad esempio, residenza, industria, agricoltura, servizi, strade, zone verdi e di rispetto, eccetera.

Se immaginiamo di suddividere il territorio in aree elementari, possiamo supporre che ad ogni area sarà assegnata una ed una sola funzione.

Ad esempio un'area elementare destinata a residenza non potrà essere assoggettata ad altri usi; ciò vale

\* Nota: questo è un modello di sviluppo che presuppone una certa rigidità nella destinazione delle aree, e che non tiene conto della possibilità di un uso misto delle stesse.

naturalmente per ogni area e per ogni funzione insediabile.

D'altra parte questa suddivisione del territorio in aree elementari, essendo esclusivamente concettuale e non operativa, non limita la generalità della nostra trattazione.

Naturalmente ogni area elementare dovrà essere disgiunta dalle altre, cioè non avrà punti in comune con esse, escluso il suo confine.

Se le aree elementari così definite sono in numero di  $n$  si potrà allora scrivere:

$$A_d = A_1 + A_2 + \dots + A_n$$

ciò significa, in altri termini, che l'area totale disponibile dovrà essere uguale alla somma delle aree elementari.

La somma ora definita verrà da noi chiamata "condizione al contorno" del problema dell'uso del suolo.

Essa infatti ci dice che, qualunque sia il numero  $n$  delle aree elementari e qualunque sia l'ampiezza di ogni singola area, la somma di tali aree dovrà in ogni caso essere pari all'area totale disponibile.

In linea di principio esistono tuttavia molti modi (anzi, infiniti modi) per mezzo dei quali si può operare la suddivisione del territorio in aree elementari.

Definire un modello per l'uso del suolo significa quindi stabilire quale rapporto deve intercorrere fra le  $n$  aree elementari, ferma restando la condizione al contorno

$$A_d = A_1 + A_2 + \dots + A_n$$

Il modello può così essere formulato secondo due distinte vie:

- 1) si possono determinare in modo diretto i rapporti intercorrenti fra le  $n$  aree elementari
- 2) si possono determinare i rapporti fra le  $n$  aree elementari in modo indiretto.

La prima via richiede, dal punto di vista matematico, la formulazione di un certo numero di equazioni che, unite alla condizione al contorno, consentano di ricavare il valore numerico di ciascuna area elementare.

La seconda via richiede invece la definizione di un certo numero di equazioni che leghino fra loro le principali variabili economiche, tipologiche e demografiche in modo tale che, per ogni valore della popolazione insediata e della relativa densità residenziale siano determinati i valori numerici di tutte le aree elementari.

Questo secondo metodo, apparentemente più complesso, è in realtà di più sicuro affidamento ed è inoltre assai più significativo del primo.

Mentre infatti il primo metodo lega fra loro direttamente le aree, il secondo lega invece le variabili economiche, realizzando così una più corretta integrazione fra sviluppo economico ed uso del suolo.

Questo secondo metodo è stato da noi usato per il dimensionamento degli usi del suolo per il Comune di Casatenovo.

Nel paragrafo 4.3 verrà fornita una dettagliata formulazione del modello matematico.

A tale formulazione è tuttavia opportuno anteporre alcune considerazioni di carattere generale.

I<sup>a</sup> Osservazione.

Le attività economiche che si svolgono in un territorio determinano generalmente l'uso di una consistente quota del suolo disponibile.

E' stato da più parti calcolato, per ogni tipo di industria, l'area occorrente in media per ogni addetto; analogamente è stato fatto per l'attività agricola e terziaria.

Si può affermare con certezza, sulla base degli studi effettuati, che le attività agricole impegnano un'area per addetto che è in media 20-30 volte più grande di quella occorrente per ogni addetto all'industria.

Più in particolare si può affermare che, alla data odierna, l'area agricola che deve essere assegnata ad ogni addetto affinché esso abbia un reddito lordo pari a quello di un operaio qualificato della industria manifatturiera è di circa cinque ettari.

Ciò naturalmente nell'ipotesi di culture non pregiate ma al tempo stesso non dequalificate.

Si deve anche dire che l'area assegnata ad ogni addetto è funzione, oltre che del tipo di cultura, dell'andamento dei prezzi dei prodotti agricoli.

E' chiaro infatti che la crescente domanda di prodotti agricoli potrebbe fare lievitare i prezzi, riducendo così l'area teorica necessaria per ogni addetto.

Tuttavia a tale meccanismo di restrizione è sempre concomitante un antagonista meccanismo di espansione.

Infatti il rialzo dei prezzi agricoli inciderà in modo sensibile sull'indice del costo della vita al quale è collegata la cosiddetta "scala mobile" dei lavoratori industriali.

Si porrebbe così in moto una dinamica salariale che farebbe aumentare la media dei salari industriali.

Di riflesso gli addetti all'agricoltura, nelle nostre ipotesi, avrebbero bisogno di un'area pro-capite aggiuntiva.

Possiamo quindi supporre, in prima approssimazione, che i due meccanismi descritti si compensino in media, fatta salva naturalmente una più radicale trasformazione tecnologica e strutturale dell'agricoltura e dell'industria.

D'altra parte una trasformazione tecnologica della agricoltura implica un sempre maggior livello di preparazione e specializzazione degli addetti e quindi la necessità di un reddito pro-capite sempre crescente.

Dovendo quindi formulare una previsione per il futuro si può affermare, condividendo le opinioni espresse in sede di Mercato Comune Europeo, che l'area agricola per addetto dovrà essere gradualmente crescente nei prossimi decenni.

II<sup>^</sup> Osservazione.

Per quanto riguarda le attività commerciali e, più in generale, terziarie può essere adottato il seguente metodo di analisi:

- gli addetti ai servizi occuperanno un'area che risulterà in sede di pianificazione e azionamento già assegnata ai servizi; in questo modo ad essi non deve venire attribuita alcuna area pro-capite aggiuntiva;
- gli addetti alla distribuzione occuperanno invece un'area aggiuntiva.  
Per questi ultimi, tuttavia, è possibile esprimere l'area occupata in modo implicito, per mezzo di considerazioni sul volume occupato dalle attività terziarie.

E' chiaro infatti che, per la stretta connessione esistente tuttora in Italia fra residenza ed attività terziarie, risulterà più conveniente attribuire ad ogni abitante due volumi: uno residenziale ed uno dovuto ad attività terziarie.

Se supponiamo, come è ragionevole, che per ogni 100 mc. di residenza vengano in media edificati 25 mc. destinati ad attività terziarie potremo attribuire ad ogni abitante un volume maggiorato del 25% rispetto a quello strettamente necessario per la residenza, tenendo così implicitamente conto degli usi del suolo per attività terziarie.

### III^ Osservazione.

Le aree destinate alla residenza dipendono essenzialmente da tre variabili: la densità, la popolazione totale, il volume pro-capite attribuito ad ogni abitante.

Le aree destinate ai servizi dipendono da due variabili: la popolazione insediata e gli standards urbanistici prescelti.

Si può quindi già affermare che l'area per servizi pubblici è funzione lineare della popolazione.

Se  $a_s$  è l'area standard pro-capite, P la popolazione e  $A_s$  l'area totale destinata ai servizi

si ha:

$$A_s = a_s \times P$$

D'altra parte è evidente che l'area totale destinata ai servizi dovrà comunque essere inferiore

all'area totale disponibile e cioè

$$A_s < A_d$$

si ha allora:

$$a_s \times P < A_d$$

da cui:

$$P < \frac{A_d}{a_s}$$

Ciò significa che la popolazione insediabile non può in ogni caso essere superiore al rapporto tra l'area disponibile e l'area standard pro-capite.

Ad esempio, in un territorio avente un'area disponibile  $A_d = 1.000$  ettari e un'area standard pro-capite di 40 mq./ab. la popolazione massima teorica insediabile sarà:

$$P = \frac{1.000}{0.004} = 250.000 \text{ abitanti.}$$

Questo limite è assolutamente astratto in quanto presuppone che nessuna attività economica sia insediata nel territorio e suppone inoltre che non vi siano aree destinate alla residenza o, il che è equivalente, che la residenza venga realizzata a densità infinita (si può ad esempio pensare che tutti gli abitanti siano concentrati in una torre e che lo spazio disponibile sia completamente utilizzato per servizi pubblici).

Il significato del calcolo effettuato è dunque il seguente: esiste un limite superiore preciso alle capacità ricettive di un certo territorio. Tale limite è determinato, qualunque sia la densità edilizia realizzata ed anche in assenza assoluta degli usi del suolo per attività produttive, del rapporto tra area disponibile e area standard pro-capite per servizi pubblici.

Naturalmente, inserendo nel territorio attività economiche primarie e secondarie e realizzando densità edilizie finite, il limite di ricettività del territorio si restringerà progressivamente.

Il limite operativo inferiore di ricettività si otterrebbe naturalmente ipotizzando una economia esclusivamente agricola che, come si è visto, occupa un'area molto consistente per ogni addetto e, quindi, per ogni abitante.

#### IV^ Osservazione.

I parametri relativi alle attività economiche della popolazione devono essere trattati con metodi statistici, al fine di poter proiettare in avanti nel tempo la domanda di occupazione che sarà espressa dal territorio e la sua classificazione per settori di attività.

Per la determinazione della domanda di usi produttivi del suolo è infatti importante conoscere le linee di tendenza delle attività della popolazione suddivise almeno per grandi settori: agricoltura, industria, terziario.

#### 4.3. Il Modello matematico

Nel presente paragrafo sarà discussa la formulazione matematica del modello per la determinazione quantitativa degli usi del suolo.

Tale formulazione è stata qui riportata per ragioni di completezza e potrà quindi essere trascurata da coloro che non fossero interessati ad un approfondimento tecnico del modello.

##### 4.3.1. Formulazione matematica generale

Supponiamo di dover soddisfare, in un dato territorio di area  $A$ ,  $n$  distinte funzioni. Attribuiamo ad ogni sub-area del territorio una ed una sola funzione, in modo tale che sia sempre verificata la condizione al contorno

$$A = \sum_{j=1}^n A_j \quad (1)$$

Ciò equivale naturalmente a supporre che l'area  $A$  sia stata suddivisa in una partizione di sottoinsiemi tutti disgiunti fra di loro.

Si ha quindi:

$$\bigcap_{j=1}^n A_j = \emptyset \quad (2) (*)$$

L'ampiezza delle aree  $A_j$  dipenderà dalle funzioni insediate e più in particolare dalla popolazione complessiva, dalla densità edilizia e da una serie di parametri relativi allo sviluppo economico, al numero degli addetti, alle superfici pro-capite necessarie in media per assolvere ad ogni data funzione, alla quantità di suolo pro-capite destinata ai servizi, ecc.

La dipendenza dalla densità edilizia dovrà inoltre essere esplicita per quelle aree che risultassero connesse alla residenza o a funzioni infrastrutturali.

(\*) Nel caso in cui fosse invece  $\bigcap_{j=1}^n A_j \neq \emptyset$  la condizione al contorno (1) si modificherebbe nella seguente

$$A = \bigcup_{j=1}^n A_j$$



Supponiamo dunque, in generale che le ampiezze delle singole aree  $A_j$  dipendano dalla popolazione complessiva, dalla densità e da  $k$  parametri. Si ha allora il sistema di equazioni:

$$\begin{aligned} A_1 &= f_1 (P, d; x_1, \dots, x_k) \\ A_2 &= f_2 (P, d; x_1, \dots, x_k) \\ &\dots\dots\dots \\ A_n &= f_n (P, d; x_1, \dots, x_k) \end{aligned} \quad (3)$$

Il sistema (3) è quindi un sistema costituito da  $n$  equazioni in  $n+2$  incognite, essendo determinati in modo esogeno:  $k$  parametri  $x_1, \dots, x_k$ .

Le  $n+2$  incognite sono naturalmente le  $n$  aree  $A_j$  oltre alle variabili  $P$  e  $d$ .

Al sistema (3) si deve poi aggiungere la condizione al contorno (1)

Si ottiene così un sistema di  $n+1$  equazioni in  $n+2$  incognite:

$$\begin{aligned} A_1 &= f_1 (P, d; x_1, \dots, x_k) \\ A_2 &= f_2 (P, d; x_1, \dots, x_k) \\ &\dots\dots\dots \\ A_n &= f_n (P, d; x_1, \dots, x_k) \\ A &= A_1 + A_2 + \dots\dots\dots A_n \end{aligned} \quad (4)$$

Introduciamo ora l'ulteriore ipotesi che  $n$  funzioni  $f_j$  siano di tipo polinomiale nella variabile  $P$ .

Tale ipotesi non restringe la generalità della trattazione in quanto le  $f_j$  possono essere sempre ricondotte a forma polinomiale per mezzo di opportuni sviluppi in serie troncati ad un certo ordine  $m$ .

Si avrebbe così, per una generica  $f_j$ ,

$$f_j(P, d; x_1, x_2, \dots, x_n) = \sum_{i=0}^m \alpha_i(d; x_1, \dots, x_n) \cdot P^i \quad (5)$$

dove  $P^i$  è la  $i$ -esima potenza di  $P$  e

$\alpha_i(d; x_1, \dots, x_n)$  sono i coefficienti della serie troncata all'ordine  $m$ .

Una volta chiarita la possibilità di esprimere le  $f_j$  in forma polinomiale, possiamo ora esaminare il caso particolare, ma frequente, di una dipendenza esclusivamente lineare della variabile  $P$ , lasciando indeterminata la dipendenza della variabile  $d$ .

Se pensiamo dunque tutti gli sviluppi in serie troncata all'ordine  $m = 1$  possiamo scrivere il sistema:

$$\begin{aligned} A_1 &= \alpha_1(d; x) + \beta_1(d; x) \cdot P \\ A_2 &= \alpha_2(d; x) + \beta_2(d; x) \cdot P \\ &\dots\dots\dots \\ A_n &= \alpha_n(d; x) + \beta_n(d; x) \cdot P \\ A &= A_1 + A_2 + \dots\dots\dots A_n \end{aligned} \quad (6)$$

dove il simbolo  $x$  rappresenta tutti i  $k$  parametri  $x_1, \dots, x_n$  e le funzioni  $\alpha(d; x)$  e  $\beta(d; x)$  sono i coefficienti dello sviluppo in serie delle funzioni  $f_j$  relativo alla variabile  $P$  e troncato all'ordine  $m = 1$ .

Usando il metodo di sostituzione e sfruttando la forma della condizione al contorno

$$A = A_1 + A_2 + \dots\dots\dots A_n$$

possiamo scrivere

$$A = \alpha_1(d; x) + \beta_1(d; x) \cdot P + \dots\dots\dots + \alpha_n(d; x) + \beta_n(d; x) \cdot P$$

o, in modo più compatto, sommando le funzioni  $\alpha(d; x)$  e raccogliendo  $P$  a fattore comune:

$$A = \sum_{j=1}^n \alpha_j(d; x) + P \cdot \sum_{j=1}^n \beta_j(d; x) \quad (7)$$

Dall'equazione (7) si può esplicitare la variabile P, nell'ipotesi che  $\sum_{j=1}^n \beta_j(d; x) \neq 0$

Tale ipotesi è generalmente soddisfatta poichè i singoli addendi  $\beta_j(d; x)$  sono funzioni di quantità essenzialmente positive che, al crescere della popolazione, devono determinare un incremento positivo delle singole aree  $A_j$  corrispondenti.

Nell'ipotesi

$$\sum_{j=1}^n \beta_j(d; x) \neq 0 \tag{8}$$

si può allora scrivere

$$P = \frac{A - \sum_{j=1}^n \alpha_j(d; x)}{\sum_{j=1}^n \beta_j(d; x)} \tag{9}$$

L'equazione (9) può anche essere scritta in forma generale e implicita:

$$P = \Phi(d; x, A) \tag{10}$$

ponendo in evidenza la dipendenza di P dalla densità edilizia d e dai k + 1 parametri  $x_1, \dots, x_k, A$  (area totale).

D'altra parte, poichè i parametri  $x_1, \dots, x_k, A$  sono stabiliti in modo esogeno, risulta chiaro dalla (10) come la popolazione insediabile sia direttamente dipendente dai valori assunti dalla densità edilizia.

Esaminiamo ora dominio e codominio della funzione  $P = \Phi(d; x, A)$

Appare anzitutto evidente, per la realtà del problema, che sia d che P devono assumere valori non negativi. Sarebbe infatti un non-senso parlare di densità edilizia negativa e di popolazione negativa.

Si avrà dunque:

$$\begin{aligned} 0 \leq d < +\infty \\ 0 \leq P < +\infty \end{aligned} \tag{11}$$

poichè  $P = \Phi(d; x, A)$  la seconda delle condizioni (11) può anche essere scritta

$$\Phi(d; x; A) \geq 0$$

e anche, nelle nostre ipotesi di linearità,

$$\frac{A - \sum_{j=1}^n \alpha_j(d; x)}{\sum_{j=1}^n \beta_j(d; x)} \geq 0 \tag{12}$$

Si ha inoltre, come si è visto, che la somma

$$\sum_{j=1}^n \beta_j(d, x)$$

essendo composta di addendi essenzialmente positivi, è in generale una quantità positiva.

Si ha cioè:

$$\sum_{j=1}^n \beta_j(d, x) > 0 \quad \forall d \in \mathcal{D} \quad (13)$$

dove l'insieme  $\mathcal{D}$  è definito da  $\mathcal{D} \equiv \{d \mid 0 \leq d < +\infty\}$

Ritenendo soddisfatta per ogni valore di  $d$  la condizione (13), la condizione (12) può allora essere scritta nel modo seguente:

$$A - \sum_{j=1}^n \alpha_j(d, x) \geq 0$$

o anche

$$A \geq \sum_{j=1}^n \alpha_j(d, x) \quad (14)$$

La disequazione (14) ci suggerisce una immediata interpretazione fisica e urbanistica delle funzioni  $\alpha_j(d, x)$ .

Infatti tali funzioni, non contenendo la variabile  $P$ , rappresentano l'ordinata all'origine della  $j$ -esima retta  $A_j = \alpha_j + P \cdot \beta_j$

In altri termini, anche attribuendo alla variabile  $P$  il valore zero si ha che

$$A_j = \alpha_j$$

quindi  $\alpha_j$  rappresenta la parte di area già impegnata per la funzione  $j$ -esima prima della vera e propria applicazione del modello.

Naturalmente la somma  $\sum_{j=1}^n \alpha_j(d, x)$ , poichè le aree  $A_j$  sono fra loro disgiunte, rappresenta la quota di territorio già impegnata prima della applicazione del modello.

Per meglio chiarire queste considerazioni possiamo pensare che si presentino nella realtà due tipi di situazione:

- 1) il territorio deve essere totalmente pianificato o ripianificato;
- 2) il territorio deve essere pianificato solo parzialmente, mantenendo immutato l'uso del suolo nella parte di esso già urbanizzata ed abitata.

Nel primo caso tutte le  $\alpha_j(d, x)$  saranno nulle, e quindi:

$$\sum_{j=1}^n \alpha_j(d, x) = 0$$

Nel secondo caso almeno una delle  $\alpha_j$  sarà diversa da 0, più in particolare, poichè evidentemente  $\alpha_j(d, x) \geq 0$

$$\forall j (j=1, \dots, n) \text{ si avrà: } \sum_{j=1}^n \alpha_j(d, x) > 0$$

Torniamo ora alla condizione (14)

$$A \geq \sum_{j=1}^n \alpha_j(d, x)$$

Tale condizione sarà ovviamente soddisfatta nel primo caso.

Infatti, ammesso che il territorio abbia una certa area  $A \neq 0$ , sarà anche  $A > 0$  e si avrà quindi:

$$A > \sum_{j=1}^n \alpha_j(d, x)$$

essendo per ipotesi  $\sum_j \alpha_j(d, x) = 0 \quad \forall d \in \mathcal{D}$

Nel secondo caso invece, poichè la somma delle  $\alpha_j(d, x)$  sarà diversa da zero, la disequazione (14) deve essere considerata come una ulteriore condizione al contorno per il nostro modello.

Se sarà  $A > \sum_{j=1}^n \alpha_j(d, x)$  il modello sarà applicabile alla parte di territorio rimasta disponibile che sarà:

$$A_d = A - \sum_{j=1}^n \alpha_j(d, x) > 0.$$

Se sarà invece  $A = \sum_{j=1}^n \alpha_j(d, x)$  il modello non sarà applicabile in quanto risulterà nulla l'area disponibile:

$$A_d = A - \sum_{j=1}^n \alpha_j(d, x) = 0.$$

Entrambi i casi da noi prospettati possono presentarsi nella realtà.

Esamineremo il primo caso (territorio totalmente disponibile) in modo generale.

Esamineremo invece il secondo caso (territorio solo parzialmente disponibile) in modo operativo riferendoci alla situazione di Casatenovo.

Supponiamo dunque che sia  $\sum_{j=1}^n \alpha_j(d, x) = 0$

L'equazione (9) diventa allora:

$$P = \frac{A}{\sum_{j=1}^n \beta_j(d, x)} \quad (15)$$

Ricordando la condizione (13) si deduce dalla equazione (15) che, per ogni valore finito di  $d$ , anche la variabile  $P$  assumerà valori finiti.

D'altra parte, poichè per ogni abitante insediato deve essere garantita al minimo una superficie standard per il fabbisogno di servizi pubblici, verde, eccetera, ed essendo la disponibilità del suolo una quantità finita, è logico pensare che la variabile  $P$  non potrà in nessun caso assumere valori infiniti.

Possiamo definire ora un limite superiore per i possibili valori di  $P$ .

Sia ad esempio  $\sigma$  l'area minima standard per servizi pubblici per ogni abitante.

E' chiaro allora che non potrà mai essere  $\sigma \cdot P > A$  poichè ciò violerebbe il vincolo imposto dalla condizione al contorno

$$A = \sum_{j=1}^n A_j$$

Sarà quindi in generale  $\sigma \cdot P \leq A$  da cui:

$$P \leq \frac{A}{\sigma} \quad (16)$$

La popolazione  $P = \frac{A}{\sigma}$  è dunque la popolazione mas-

sima insediabile in un territorio di area  $A$  quando venga assegnata ad ogni abitante un'area standard per servizi  $\sigma$  ( $\sigma > 0$ ) e la residenza venga pensata concentrata in un punto (ad esempio una torre) e non esistano usi del suolo per altre attività.

Poichè  $\sigma$  può essere in linea di principio arbitrario ma comunque diverso da zero e positivo, la popolazione massima  $P = \frac{A}{\sigma}$  dovrà necessariamente essere una quantità finita.

Tale popolazione massima può essere considerata un limite superiore per i possibili valori della variabile  $P$ .

Con tali considerazioni, il codominio può essere così rappresentato

$$\mathcal{C}_{\Phi} \equiv \left\{ P \mid 0 \leq P \leq \frac{A}{\sigma} \right\} \quad (17)$$

D'altra parte si può affermare, intuitivamente, che la popolazione  $P$  sarà crescente al crescere della densità  $d$ .

Se ne deduce quindi che il limite superiore  $\bar{P} = \frac{A}{\sigma}$

essendo stato calcolato per una densità infinita (massa concentrata in un punto), deve essere considerato un valore asintotico per la variabile  $P$ .

Possiamo ora riassumere le condizioni alle quali deve soddisfare la funzione

$$P = \Phi(d; x, A)$$

Il dominio sarà:  $\mathcal{D}_\Phi \equiv \{d \mid 0 \leq d < +\infty\}$

Il codominio sarà, al massimo:  $\mathcal{C}_\Phi \equiv \{P \mid 0 \leq P \leq \frac{A}{\sigma}\}$

dove  $\sigma$  è l'area standard minima pro capite per servizi pubblici e  $A$  è l'area totale del territorio considerato.

Imponiamo ora alla funzione  $\Phi(d)$  e quindi alla famiglia di funzioni  $\Phi(d; x, A)$  di soddisfare le seguenti condizioni al contorno del suo dominio:

1) per  $d = 0$  sia  $P = \Phi(d; x, A) = 0$

2) per  $d \rightarrow +\infty$  sia  $P = \Phi(d; x, A) \rightarrow K \leq \frac{A}{\sigma}$

La condizione (1) è banale in quanto afferma che, a densità nulla, nessun abitante potrà essere insediato. La condizione (2) discende invece dalle considerazioni svolte precedentemente.

Ogni eventuale soluzione non rispondente ai requisiti (18) dovrà dunque essere scartata perchè difforme dalle esigenze di realtà fisica del problema.

Le condizioni (18) possono anche essere sintetizzate nella seguente:

$$\text{per } 0 \leq d < +\infty$$

si ha:

$$0 \leq P = \Phi(d; x, A) \leq K \quad (19)$$

infatti il limite superiore  $K \leq \frac{A}{\sigma}$  essendo stato cal-

colato per una densità infinita sarà a maggior ragione valido per tutte le densità finite.

La condizione (19) significa in sostanza che la funzione  $\Phi(d)$  deve essere nulla nell'origine, limitata in tutto il dominio  $\mathcal{D}_\Phi \equiv \{d \mid 0 \leq d < +\infty\}$  e sempre positiva.

Essa si troverà perciò collocata nel primo quadrante del sistema ortogonale cartesiano  $(d, P)$  e sarà compresa fra l'asse delle ascisse e la retta  $P = \frac{A}{\sigma}$ , parallela all'asse delle ascisse.

Inoltre, poichè la variabile  $P$ , per la sua natura, potrà assumere soltanto valori positivi interi, la funzione  $\Phi(d)$  risulterà ovunque discontinua nel suo dominio.

Tale discontinuità può tuttavia essere eliminata definendo in modo operativo un meccanismo di arrotondamento di eventuali valori non interi di  $P$  verso il valore intero più prossimo.



## 4.3.2. Formulazione matematica operativa

Supponiamo di schematizzare le funzioni insediabili nel territorio in esame nel modo seguente:

R = residenza

A = agricoltura

I = industria

T = terziario

S = servizi pubblici

V = vincoli di inedificabilità di varia natura

Le aree corrispondenti saranno quindi indicate con i simboli:

$A_R, A_A, A_I, A_T, A_S, A_V$

Se con A indichiamo l'area totale del territorio, avremo la seguente condizione al contorno:

$$A_R + A_A + A_I + A_T + A_S + A_V = A$$

Determiniamo ora una forma esplicita per le equazioni:

$$A_1 = f_1 (P, d; x_1, \dots, x_n)$$

$$A_2 = f_2 (P, d; x_1, \dots, x_n)$$

.....

$$A_n = f_n (P, d; x_1, \dots, x_n)$$

Nel nostro caso, poichè per semplicità di esposizione, possiamo supporre di aver determinato a priori l'area inedificabile  $A_V$ , le aree in gioco saranno di 5 tipi:

$A_R, A_A, A_I, A_T, A_S$

e quindi il sistema precedente si scrive:

$$A_R = f_R (P, d; x_1, \dots, x_n)$$

$$A_A = f_A (P, d; x_1, \dots, x_n)$$

$$A_I = f_I (P, d; x_1, \dots, x_n)$$

$$A_T = f_T (P, d; x_1, \dots, x_n)$$

$$A_S = f_S (P, d; x_1, \dots, x_n)$$

e l'equazione al contorno sarà:

$$A_R + A_A + A_I + A_T + A_S = A_u$$

dove  $A_u = A - A_V$  è l'area effettivamente utilizzabile per insediamenti.

1) forma esplicita per l'equazione

$$A_R = f_R (P, d; x_1, \dots, x_n)$$

Sappiamo che la densità edilizia  $d$  è definita dal rapporto

$$d = \frac{V_R}{A_R}$$

dove  $V$  è il volume residenziale edificabile e  $A_R$  la corrispondente area.

Se ad ogni residente attribuiamo un volume residenziale  $y$ , si ha:

$$V_R = y' \cdot P$$

dove  $P$  è la popolazione insediabile nel volume  $V_R$  se  $y$  è il volume pro-capite.

Quindi:

$$d = \frac{y' P}{A_R}$$

da cui

$$A_R = \frac{y' P}{d} \quad (1)$$

2) forma esplicita per l'equazione

$$A_A = f_A (P, d; x_1, \dots, x_n)$$

Possiamo supporre che esista e sia determinabile con buona approssimazione un'area ottimale per ogni addetto all'agricoltura e per ogni tipo di coltura.

Indichiamo tale area con  $a_d$

Possiamo anche dedurre dai dati statistici generalmente disponibili il valore passato, attuale, o prevedibile per il futuro del rapporto:

$$\frac{P_A}{P}$$

(popolazione attiva/popolazione totale residente).

Possiamo anche dedurre il valore del rapporto:

$$\frac{P_{A\alpha}}{P_A} \quad (\text{popol. attiva nell'agricoltura/popol. attiva totale}).$$

Il terreno che dovremo porre a disposizione di usi agricoli dovrà essere pertanto

$$A = a_\alpha \cdot P_{A\alpha}$$

dove, come si è detto,  $P_{A\alpha}$  è il numero di addetti agricoli al generico tempo  $t$  e  $a_\alpha$  è l'area ottimale per ogni addetto.

L'equazione precedente può anche essere scritta in altra forma moltiplicando e dividendo il secondo membro per  $P_A$  e per  $P$ .

Si ha:

$$A_A = a_\alpha P_{A\alpha} \cdot \frac{P_A}{P_A} \cdot \frac{P}{P}$$

da cui:

$$A_A = a_\alpha \frac{P_{A\alpha}}{P_A} \cdot \frac{P_A}{P} P \quad (2)$$

L'utilità di questa notazione consiste nel fatto che, mentre il valore numerico di  $P_A$  risulta ge-

neralmente indeterminabile ap riori, i rapporti  $\frac{P_{A\alpha}}{P_A}$  e  $\frac{P_A}{P}$  dono di assai più agevole e ragionevole determinazione.

3) Forma esplicita per l'equazione:

$$A_I = f_I(P, d; x_1, \dots, x_n)$$

Anche per le aree industriali si può pensare di aver determinato un'area media ottimale per addetto, che indicheremo con  $a_j$ .

Se  $P_{Aj}$  sono gli addetti all'industria al generico tempo  $t$ , se  $P_A$  è la popolazione attiva e  $P$  la popolazione totale residente, si può scrivere:

$$A_I = a_j \cdot P_{Aj}$$

da cui:

$$A_T = a_j \frac{P_{Aj}}{P_A} \frac{P_A}{P} \cdot P \quad (3)$$

4) forma esplicita per l'equazione

$$A_T = f_T (P, d; x_1, \dots, x_n)$$

Anche per le aree  $A_T$  può essere iterato il procedimento adottato per le aree agricole e industriali.

In molti casi risulta tuttavia conveniente tenere conto del fatto che la maggior parte delle aree e dei volumi destinati ad attività terziarie sono fortemente integrate con le aree ed i volumi residenziali.

Si può così tener conto delle necessità di suolo per attività terziarie traducendole in necessità di volume e comprendendo tale volume nel calcolo volumetrico già definito per le aree residenziali. Se  $y''$  è dunque il maggior volume residenziale pro-capite dovuto alla inclusione di attività terziarie, avremo un fabbisogno supplementare di aree residenziale pari a:

$$A_{RT} = \frac{y'' P}{d}$$

Questo procedimento di calcolo risulta naturalmente insoddisfacente quando si debbano pianificare aree notevolmente vaste e urbanizzate nelle quali quindi occorra tener conto in modo esplicito delle necessità di suolo per attività terziarie.

Noi adotteremo simultaneamente entrambi i criteri. Avremo così un'area esclusivamente terziaria

$$A_T = a_T \frac{P_{AT}}{P_A} \frac{P_A}{P} P \quad (4)$$

e un'area residenziale aggiuntiva per attività terziarie:

$$A_{RT} = \frac{y'' P}{d}$$

Naturalmente il rapporto  $\frac{P_{AT}}{P}$  sarà calcolato

tenendo conto solo degli addetti alla grande distribuzione e alle attività terziarie che richiedano spazi propri esclusivi.

5) forma esplicita per l'equazione

$$A_S = f_S (P, d; x_1, \dots, x_2)$$

Se  $A_S$  è l'area standard per servizi pubblici attribuita ad ogni residente, l'area totale destinata a servizi pubblici sarà:

$$A_S = a_S \cdot P \quad (5)$$

Da quanto esposto risulta dunque che una possibile forma esplicita per le cinque equazioni del sistema fondamentale è la seguente:

$$A_R = \frac{(y' + y'')P}{d}$$

$$A_A = a_d \frac{P_{Ad}}{P_A} \frac{P_A}{P} P$$

$$A_I = a_j \frac{P_{Aj}}{P_A} \frac{P_A}{P} P$$

$$A_T = a_T \frac{P_{AT}}{P_A} \frac{P_A}{P} P$$

$$A_S = a_S \cdot P$$

Prima di scrivere l'equazione al contonro, possiamo anche pensare di introdurre dei coefficienti connessi con le politiche relative alla struttura economica del territorio e al dimensionamento dei servizi pubblici.

Ciò può essere fatto introducendo i coefficienti:

$$\eta_d, \eta_j, \eta_T, \eta_S$$

Tali coefficienti  $\eta$  dovranno naturalmente essere sempre positivi o tutt'al più nulli.

Quindi, se  $k$  è un indice di numerazione delle aree, dovrà essere:

$$\eta_k \geq 0 \text{ per ogni } k = 1, 2, \dots, n$$

Il sistema fondamentale, introducendo i coefficienti  $\eta_k$ , diviene dunque:

$$A_R = \frac{y^P}{d} \quad (y = y' + y'')$$

$$A_A = \eta_d a_d \frac{P_A}{P_A} \frac{P_A}{P} P$$

$$A_I = \eta_j a_j \frac{P_{Aj}}{P_A} \frac{P_A}{P} P$$

$$A_T = \eta_T a_T \frac{P_{AT}}{P_A} \frac{P_A}{P} P$$

$$A_S = \eta_S a_S P$$

con la condizione al contorno

$$A_R + A_A + A_I + A_T + A_S = A - A_V$$

L'introduzione dei coefficienti  $\eta_k$  è, come si può notare, fattorizzata.

Ciò significa che l'eventuale annullamento di un certo coefficiente  $\eta$  comporta l'automatico annullamento dell'area corrispondente.

Se, ad esempio, fosse  $\eta_d = 0$  ciò significherebbe che è stata compiuta una scelta politica e/o di pianificazione che esclude l'utilizzo del suolo per scopi agricoli.

Analogamente per gli altri coefficienti  $\eta$ .

Nel caso in cui  $\eta = 1$  ciò significa che il dimensionamento dell'area corrispondente è equilibrato rispetto alle esigenze interne del territorio.

Se  $0 < \eta < 1$  ciò significa che l'area corrispondente è sottodimensionata.

Sia ad esempio  $\eta_j = 0.5$

Questo valore di  $\eta_j$  può essere interpretato come una riduzione del 50% dell'area industriale per addetto o, ciò che è equivalente, come una riduzione del 50% del numero degli addetti originariamente previsti.

Naturalmente un territorio nel quale venga scelto un valore di  $\eta_j$  compreso tra 0 e 1 sarà un territorio con saldo di pendolarità negativo.

Inversamente se  $\eta > 1$  ciò significa che l'area corrispondente è sovradimensionata.

Questo è il caso tipico dei territori che costituiscono, per una o più attività, un polo di attrazione nei confronti dell'area circostante e dotati quindi di un saldo di pendolarità positivo.

Nelle aree turistiche si avrà, ad esempio, un valore  $\eta_s \gg 1$  (molto maggiore di 1). Ciò comporterà un sovradimensionamento delle aree di servizio pubblico rispetto alla popolazione residente.

E' chiaro infatti che, nelle aree turistiche, il dimensionamento dei servizi, per essere corretto e razionale, dovrà essere effettuato sulla base della popolazione massima presente e non solo di quella residente.

Risolvendo ora con il metodo di sostituzione il sistema fondamentale, si ottiene:

$$\frac{yP}{d} + \eta_{\alpha} a_{\alpha} \frac{P_{AK}}{P_A} \frac{P_A}{P} P + \eta_j a_j \frac{P_{Aj}}{P_A} \frac{P_A}{P} P + \eta_T a_T \frac{P_{AT}}{P_A} \frac{P_A}{P} P + \eta_s a_s P = A - A_V$$

o anche, raccogliendo P a fattor comune nel I° membro

$$\left\{ \frac{y}{d} + \left[ \eta_{\alpha} a_{\alpha} \frac{P_{AK}}{P_A} \frac{P_A}{P} + \eta_j a_j \frac{P_{Aj}}{P_A} \frac{P_A}{P} + \eta_T a_T \frac{P_{AT}}{P_A} \frac{P_A}{P} + \eta_s a_s \right] \right\} \cdot P = A - A_V$$

Indicando ora con K il termine in parentesi quadra si ha

$$\left\{ \frac{y}{d} + K \right\} \cdot P = A - A_V$$

Poniamo ora  $A_u = A - A_V$ . Si può quindi esplicitare P.

$$P = \frac{A_u}{\frac{y}{d} + K}$$

da cui:

$$P = \frac{A_u \cdot d}{y + K \cdot d}$$

Questa funzione è del tipo  $P = \Phi(d, x, A)$  previsto dalla formulazione generale del modello matematico e soddisfa certamente ai requisiti richiesti.

Sono in particolare soddisfatte le condizioni al contorno del suo dominio.

Si ha infatti

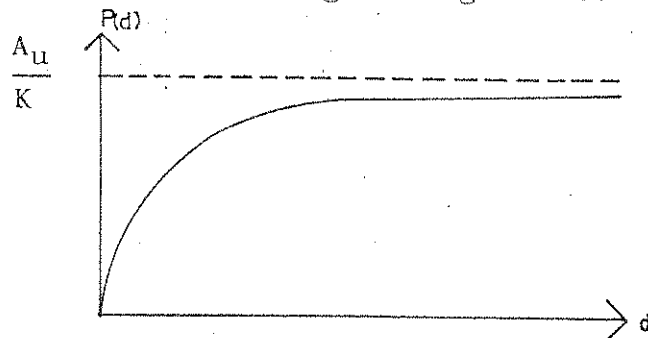
$$\begin{cases} d = 0 \\ P = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} d \rightarrow +\infty \\ P \rightarrow \frac{A_u}{K} \end{cases}$$

Il valore asintotico  $P = \frac{A_u}{K}$  può anche essere

definito "popolazione - limite - insediabile" in quanto corrisponde ad un utilizzo nullo di area per residenza, immaginando la stessa concentrata in un punto.

La funzione  $P = P(d)$  così ottenuta è monotona, crescente, limitata e continua.

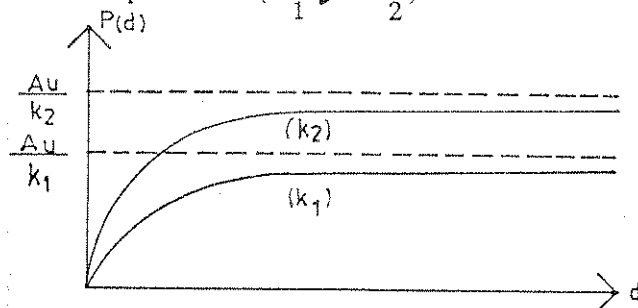
Tabulando la funzione per tutti i valori di  $d$  si ottiene il seguente grafico:



Al variare dei parametri si ottiene poi una famiglia di curve che hanno sempre le stesse caratteristiche.

Cambia naturalmente, al variare dei parametri, la pendenza all'origine della curva e il suo asintoto.

Si ha quindi  $(K_1 > K_2)$





In particolare, ferma restando l'area  $A_u$ ,  
all'aumentare di  $K$  la popolazione limite di-  
minuisce e viceversa.

Ciò significa che, ad un aumentato uso del suo-  
lo per attività produttive e per servizi, corri-  
sponde una minore disponibilità di suolo per usi  
residenziali e quindi un valore inferiore della  
popolazione-limite insediabile.

Supponiamo dunque di aver stabilito in modo eso-  
geno tutti i parametri indicati nell'esposizione  
precedente.

Potranno così essere determinati i tre coefficien-  
ti numerici contenuti nella forma esplicita della  
funzione  $P = \Phi(d; x, A)$ .

Nel nostro caso tali coefficienti sono  $A_u$ ,  $K$ ,  $y$ .

Resta in tal caso individuata una e una sola curva  
della famiglia di curve  $P = \Phi(d; x, A)$ .

Si può ora procedere in due modi sostanzialmente  
equivalenti.

Si fissa ad esempio la densità residenziale degli  
insediamenti; si avrà così un corrispondente valo-  
re della popolazione  $P$  insediabile.

Oppure si fissa un certo valore della popolazione  
(purchè inferiore al valore-limite) e si determi-  
na la corrispondente densità residenziale media

per mezzo della funzione inversa  $d = \Phi^{-1}(P; x, A)$

$$d = \frac{yP}{A_u - KP}$$

Noi seguiremo il primo di questi metodi in quanto  
più significativo dal punto di vista urbanistico.

Determinata dunque una certa densità  $d$  media (pon-  
derata) ottimale per il territorio in esame si cal-  
cola la popolazione insediabile corrispondente.

Si ha

$$\bar{P} = P(\bar{d})$$

Avendo a disposizione tale valore della popolazio-  
ne insediabile alla densità  $d$  è ora immediato cal-  
colare le aree occorrenti per ogni tipo di funzio-  
ne.

si ha:

$$A_R = \frac{y \bar{P}}{d}$$

$$A_A = \eta_A a_A \frac{P_{AA}}{P_A} \frac{P_A}{P} \cdot \bar{P}$$

$$A_I = \eta_I a_I \frac{P_{AI}}{P_A} \frac{P_A}{P} \cdot \bar{P}$$

$$A_T = \eta_T a_T \frac{P_{AT}}{P_A} \frac{P_A}{P} \cdot \bar{P}$$

$$A_S = \eta_S a_S \cdot \bar{P}$$

Per il modo nel quale si è giunti alla determinazione della popolazione  $P$ , le aree così calcolate soddisfano certamente alle condizioni al contorno

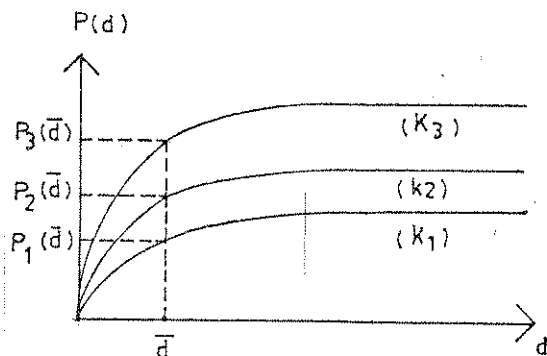
$$A_R + A_A + A_I + A_T + A_S = A - A_V$$

D'altra parte, poichè i parametri  $A_u$  e  $y$  possono essere generalmente considerati fissi a priori, è chiaro che le alternative politiche contenute nel modello sono tutte concentrate nel parametro globale  $k$ .

E' così possibile schematizzare le politiche possibili con una serie di valori del parametro  $k$ , fissando contestualmente anche la densità residenziale media ponderata.

Si otterrà in questo modo, per ogni valore di  $k$ , un certo corrispondente valore  $P_k(\bar{d})$  e, conseguentemente, una certa distribuzione delle aree secondo le diverse funzioni insediabili.

Il procedimento grafico per effettuare l'operazione ora descritta è il seguente:



Il metodo di calcolo da noi descritto è immediatamente applicabile ad aree di nuova e completa pianificazione, qualunque sia la loro dimensione.

In generale però si possono presentare territori nei quali esiste già una più o meno ampia zona urbanizzata e consolidata.

In tali territori il metodo di calcolo dovrà essere più sofisticato, in quanto occorrerà tener conto dello stato di fatto, dei fabbisogni di aree arretrati e delle nuove previsioni infrastrutturali.

Il modello matematico sarà quindi applicato in modo parziale alle aree già urbanizzate mentre sarà applicato successivamente in modo integrale alle aree disponibili rimanenti.

Nel caso non si volesse poi pianificare tutto il territorio ma solo una parte di esso, basterà introdurre un coefficiente di utilizzo  $u$  ( $0 < u \leq 1$ ) nell'equazione risolvente:

$$P(d) = u \frac{A_u d}{y + k \cdot d}$$